

ΣΧΕΔΙΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Σχολείο:

Όνοματεπώνυμο διδάσκοντος:

Τάξη: Α΄ Λυκείου Τμήμα:

Ημερομηνία:

Γνωστικό αντικείμενο: Μαθηματικά / Άλγεβρα

Διδακτική ενότητα: Πρόσημο των τιμών του τριωνύμου

Διδακτικοί στόχοι

Με τη διδασκαλία της ενότητας αυτής επιδιώκεται, οι μαθητές:

1. Να μπορούν να προσδιορίζουν το πρόσημο των τιμών οποιουδήποτε τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$.
2. Να μπορούν να αποδεικνύουν τον προσδιορισμό του προσήμου των τιμών του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ με τη βοήθεια του αλγεβρικού μετασχηματισμού του $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ με τη μέθοδο της «συμπλήρωσης τετραγώνου».

Χαρακτηριστικά στοιχεία των μαθητών

Οι μαθητές¹ γνωρίζουν την έννοια του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ και τη διαδικασία του αλγεβρικού μετασχηματισμού του με την μέθοδο της «συμπλήρωσης τετραγώνου», όπως και τις δυνατές μορφές που μπορεί να πάρει ανάλογα με το πρόσημο της διακρίνουσάς του Δ .

Ακόμη, οι μαθητές γνωρίζουν από το γυμνάσιο τι λέμε αριθμητική τιμή ενός πολυωνύμου για μια συγκεκριμένη τιμή του $x \in \mathbb{R}$. Επίσης, γνωρίζουν ότι η γραφική παράσταση μιας τετραγωνικής συνάρτησης είναι παραβολή και μπορούν να χαράζουν τη γραφική παράσταση μιας τέτοιας συνάρτησης.

Διδακτικές ενέργειες και μέσα διδασκαλίας

Καταρχάς θα υπενθυμίσουμε στους μαθητές τι λέμε αριθμητική τιμή ενός πολυωνύμου για μια συγκεκριμένη τιμή του $x \in \mathbb{R}$. Στη συνέχεια θα δώσουμε το τριώνυμο:

$$P(x) = x^2 - 6x + 5$$

και θα ζητήσουμε από τους μαθητές να υπολογίσουν με τη σειρά τις τιμές:

$$P(-1), P(0), P(1), P(2), P(3), P(5), P(6) \text{ \& } P(7)$$

¹ Ιδιαίτερα στοιχεία μαθητών δεν μπορούμε να αναφέρουμε στο σχέδιο αυτό, διότι δεν αναφερόμαστε σε συγκεκριμένο τμήμα μαθητών.

και να καταγράψουν τις παρατηρήσεις τους.

Οι μαθητές θα παρατηρήσουν (αν δυσκολευτούν θα τους καθοδηγήσουμε ανάλογα) ότι:

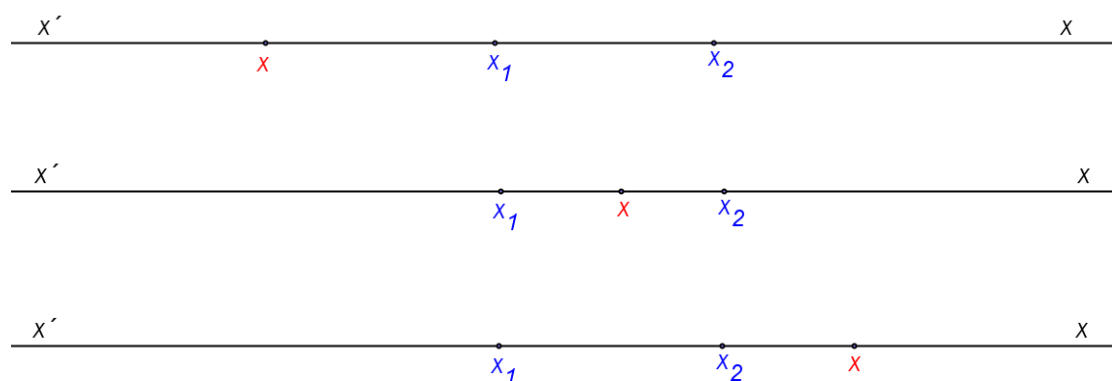
- οι αριθμοί 1 και 5 είναι ρίζες του παραπάνω τριωνύμου,
- οι τιμές $P(-1)$, $P(0)$, $P(6)$ και $P(7)$ έχουν θετικό πρόσημο και
- οι τιμές $P(2)$ και $P(3)$ αρνητικό.

Στη συνέχεια, με αφορμή τις παραπάνω παρατηρήσεις, θα τεθεί ο προβληματισμός (εικασία), αν για όλες τις τιμές της μεταβλητής x που είναι ανάμεσα στις ρίζες 1 και 5 οι τιμές του τριωνύμου $P(x) = x^2 - 6x + 5$ έχουν αρνητικό πρόσημο και για όλες τις τιμές του x που είναι έξω από το διάστημα των ριζών θετικό.

Αμέσως μετά θα ενημερώσουμε τους μαθητές ότι κατά τη διάρκεια του μαθήματος θα μελετήσουμε το πρόσημο των τιμών του τριωνύμου $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ εξετάζοντας όλες τις περιπτώσεις και έτσι θα δούμε αν ισχύει η παραπάνω εικασία (ενημέρωση των μαθητών σχετικά με τους στόχους της διδασκαλίας).

Κατόπιν θα προχωρήσουμε στην θεωρητική μελέτη του προσήμου του τριωνύμου $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ ακολουθώντας τα βήματα του σχολικού βιβλίου, η οποία θα πραγματοποιηθεί με την ενεργό εμπλοκή των μαθητών σε επίπεδο ολομέλειας της τάξης απευθύνοντας κατάλληλα αλυσιδωτά ερωτήματα συγκλίνουσας σκέψης (μία ορθή απάντηση).

Κατά την μελέτη του προσήμου, στην περίπτωση που το τριώνυμο έχει δύο διακεκριμένες ρίζες, θα χρησιμοποιηθούν έγχρωμες κιμωλίες ή μαρκαδόροι προκειμένου να τονιστεί η θέση μιας τιμής της μεταβλητής x σε σχέση με τις ρίζες του τριωνύμου, όπως φαίνεται στα σχήματα που ακολουθούν:



Για να έχουν οι μαθητές και μια εποπτική εικόνα των συμπερασμάτων, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το εφαρμογίδιο (applet) GeoGebra:

<https://www.geogebra.org/student/m285969> ,

αφού οι μαθητές είναι εξοικειωμένοι από το γυμνάσιο με τη γραφική παράσταση μιας τετραγωνικής συνάρτησης.

Ως εφαρμογή θα δώσουμε το τριώνυμο:

$$P(x) = -2x^2 + 7x - 5$$

και θα ζητήσουμε από τους μαθητές να προσδιορίσουν το πρόσημο των παραστάσεων:

$$P(-2) \cdot P(4) \quad \text{και} \quad P(2) \cdot P(3),$$

χωρίς να υπολογίσουν τις επιμέρους τιμές $P(-2)$, $P(4)$, $P(2)$ και $P(3)$.

Θα γίνει συζήτηση σχετικά με τον τρόπο αντιμετώπισης του προβλήματος και με την καθοδήγησή μας (αν χρειαστεί) οι μαθητές θα οδηγηθούν στην ορθή απάντηση. Να σημειωθεί ότι με την εφαρμογή αυτή θα γίνει και ενδιάμεση (διαμορφωτική) αξιολόγηση της διδασκαλίας και η αναγκαία ανατροφοδότηση.

Τέλος, θα κλείσουμε την διδασκαλία με την ανακεφαλαίωση και τον έλεγχο με απλές ερωτήσεις και ασκήσεις αν επιτεύχθηκαν οι διδακτικοί στόχοι.

Συμπληρωματικές παρατηρήσεις

Η παρούσα διδακτική ενότητα είναι πολύ σημαντική και εντάσσεται στο πλαίσιο μιας ευρύτερης διδακτικής ενότητας μαθημάτων για την οποία πρέπει να υπάρχει ενιαίος σχεδιασμός και στην οποία περιλαμβάνονται ακόμη η λύση ανισώσεων 1^{ου} βαθμού, ο μετασχηματισμός του τριωνύμου με την μέθοδο της «συμπλήρωσης τετραγώνου», η επίλυση ανισώσεων 2^{ου} βαθμού και η μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων με χρήση ανισώσεων 2^{ου} βαθμού (δείτε Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών:

http://www.p-theodoropoulos.gr/YLH/aps_mathimat_A_Lyk.pdf, σελ. 16678).

Θα πρέπει να δοθεί η απαιτούμενη προσοχή στον δεύτερο διδακτικό στόχο, ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν τον τρόπο προσδιορισμού του προσήμου των τιμών ενός τριωνύμου. Σε καμία περίπτωση δεν πρέπει να δοθούν τα συμπεράσματα της ενότητας αυτής απ' ευθείας και να εφαρμόζονται από τους μαθητές μηχανικά.

Τα συμπεράσματα θα τα δώσουμε σε ενιαία μορφή, όπως ακριβώς διατυπώνονται και στο σχολικό βιβλίο, για να θυμούνται οι μαθητές ότι η μοναδική περίπτωση που οι τιμές ενός τριωνύμου είναι ετερόσημες του a είναι η περίπτωση όπου το τριώνυμο έχει δύο διακεκριμένες ρίζες ($\Delta > 0$) και μόνο για τις τιμές του x που είναι μεταξύ των ριζών.

Για εμπέδωση των συμπερασμάτων θα δοθούν στους μαθητές οι ασκήσεις 3 και 4 (σελ. 112) του σχολικού βιβλίου. Επίσης, θα δοθεί και μία δική μας άσκηση υψηλότερου βαθμού δυσκολίας, όπως η παρακάτω:

Άσκηση: Δίνεται το τριώνυμο $(\lambda - 1)x^2 - 3x + 2$, $\lambda \neq 1$.

Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες οι τιμές του παραπάνω τριωνύμου είναι θετικές για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

© Παναγιώτης Α. Θεοδωρόπουλος, Σχολικός Σύμβουλος ΠΕ03.

E-mail: e-mail@p-theodoropoulos.gr