

Γραπτές ανακεφαλαιωτικές προαγωγικές και απολυτήριες εξετάσεις στα Μαθηματικά

Παναγιώτης Α. Θεοδωρόπουλος
Σχολικός Σύμβουλος, ΠΕ03
e-mail@p-theodoropoulos.gr

Εισαγωγή

Για τον υπολογισμό του βαθμού της ετήσιας επίδοσης των μαθητών, όπως γνωρίζουμε, για τα μαθήματα για τα οποία προβλέπεται γραπτή ανακεφαλαιωτική εξέταση λαμβάνεται υπόψη και η επίδοση των μαθητών στην εξέταση αυτή. Για να είναι όμως σωστή και δίκαιη η αξιολόγηση, τα θέματα των γραπτών ανακεφαλαιωτικών εξετάσεων πρέπει να είναι σαφή, καλά διατυπωμένα και κλιμακούμενου βαθμού δυσκολίας, ώστε να μπορούν να αξιολογηθούν όλοι οι μαθητές.

Στο άρθρο αυτό παρουσιάζεται το νομικό πλαίσιο διεξαγωγής των γραπτών ανακεφαλαιωτικών εξετάσεων στα Μαθηματικά και σημειώνονται διάφορες παρατηρήσεις και υποδείξεις σχετικά με τη διατύπωση και διάρθρωση των θεμάτων, τις οποίες θα πρέπει να γνωρίζουμε και να λαμβάνουμε υπόψη μας όταν συντάσσουμε τα διαγωνίσματα που δίνουμε στους μαθητές μας. Οι υποδείξεις αυτές συνοδεύονται και από δύο παραδείγματα διαγωνισμάτων, ένα για το γυμνάσιο και ένα για τα λύκεια.

1. Νομικό πλαίσιο

Οι γραπτές ανακεφαλαιωτικές προαγωγικές και απολυτήριες εξετάσεις διεξάγονται σύμφωνα με το παρακάτω νομικό πλαίσιο:

Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟ

Στο γυμνάσιο οι γραπτές ανακεφαλαιωτικές εξετάσεις για το μάθημα των Μαθηματικών διεξάγονται σύμφωνα με το Π.Δ. 508/1977 (άρθρο 3, παράγραφος Δ2) στο οποίο σχετικά με τη διάρθρωση των θεμάτων των Μαθηματικών αναφέρονται τα εξής:

«α) Θεωρία: Οι μαθητές υποχρεούνται σε διαπραγμάτευση ενός απλού από δύο τιθέμενα θέματα θεωρίας της διδαγμένης ύλης. Κάθε θέμα θεωρίας μπορεί να αναλύεται σε τρεις το πολύ ερωτήσεις της ίδιας ενότητας.

β) Ασκήσεις: Οι μαθητές υποχρεούνται να λύσουν δύο από τρεις ασκήσεις ή προβλήματα. Κάθε ένα από τα θέματα των ασκήσεων ή προβλημάτων δεν πρέπει να αποτελείται από δύο ή περισσότερες διαφορετικές ασκήσεις ή προβλήματα. Μπορεί όμως κάθε άσκηση ή πρόβλημα να αναλύεται σε βήματα.

Η απάντηση στο θέμα της θεωρίας και η κάθε μία από τις λύσεις των ασκήσεων ή προβλημάτων βαθμολογούνται ισότιμα».

Η εξεταστέα ύλη ορίζεται σύμφωνα με το Π.Δ. 409/1994 (άρθρο 3, παράγραφος 4), στο οποίο αναφέρεται:

«Ως εξεταστέα ύλη κατά μάθημα ορίζονται τα 3/5 της ύλης που διδάχθηκε με την προϋπόθεση ότι αυτά δεν είναι λιγότερα από το μισό της διδακτέας ύλης».

Στην παράγραφο 6 του ίδιου άρθρου αναφέρεται:

«Κατά τις γραπτές ανακεφαλαιωτικές εξετάσεις, τα θέματα διατυπώνονται έτσι ώστε να ελέγχεται η απόδοση πληροφοριακών γνωστικών στοιχείων και να διερευνάται η ικανότητα του μαθητή να εφαρμόζει, να συνδυάζει, να συνθέτει, να κρίνει και γενικότερα να επεξεργάζεται δημιουργικά ένα δεδομένο υλικό».

Επίσης, σχετική με τις ανακεφαλαιωτικές εξετάσεις στο μάθημα των Μαθηματικών στο γυμνάσιο είναι και η με αριθμό πρωτοκόλλου 62078/Γ2/13-5-08 εγκύκλιος του Υπουργείου Παιδείας με θέμα: «Επιλογή θεμάτων εξετάσεων για τα Μαθηματικά Γυμνασίου», στην οποία αναφέρονται τα εξής:

«Επειδή το περιεχόμενο των νέων βιβλίων των Μαθηματικών του Γυμνασίου χωρίζεται σε δύο μέρη (A' μέρος: Άλγεβρα και B' μέρος: Γεωμετρία), τα οποία διδάσκονται παράλληλα, προτείνουμε, κατά τις προαγωγικές και απολυτήριες εξετάσεις στο μάθημα των Μαθηματικών του Γυμνασίου, η επιλογή των θεμάτων να γίνει ως εξής:

• Για μεν τις **A' και B' τάξεις:**

α) Θεωρία: Ένα θέμα από την Άλγεβρα και ένα θέμα από τη Γεωμετρία.

β) Ασκήσεις: Δύο ασκήσεις από την Άλγεβρα και μία από τη Γεωμετρία ή δύο ασκήσεις από τη Γεωμετρία και μία από την Άλγεβρα.

• Ενώ για τη **Γ' τάξη**, στην οποία η σχέση ωρών Άλγεβρας-Γεωμετρίας είναι περίπου 70/30:

α) Θεωρία: Ένα θέμα από την Άλγεβρα και ένα από τη Γεωμετρία.

β) Ασκήσεις: Δύο ασκήσεις από την Άλγεβρα και μία από τη Γεωμετρία».

B' ΛΥΚΕΙΑ

Στα λύκεια οι γραπτές ανακεφαλαιωτικές εξετάσεις για το μάθημα των Μαθηματικών διεξάγονται σύμφωνα με τα Π.Δ. 60/2006, Φ.Ε.Κ. 65, τ. Α' (για το ΓΕ.Λ.) και 50/2008, Φ.Ε.Κ. 81 τ. Α' (για το ΕΠΑ.Λ.).

Στο εδάφιο ΣΤ του άρθρου 15 του πρώτου Π.Δ. και στο άρθρο 13 του δεύτερου σχετικά με τα θέματα των γραπτών ανακεφαλαιωτικών προαγωγικών και απολυτήριων εξετάσεων στο μάθημα των Μαθηματικών αναφέρονται τα εξής:

«1. Στους μαθητές δίνονται τέσσερα (4) θέματα από την εξεταστέα ύλη, τα οποία μπορούν να αναλύονται σε υποερωτήματα, με τα οποία ελέγχεται η δυνατότητα αναπαραγωγής γνωστικών στοιχείων, η γνώση εννοιών και ορολογίας και η ικανότητα εκτέλεσης γνωστών αλγορίθμων, η ικανότητα του μαθητή να αναλύει, να συνθέτει και να επεξεργάζεται δημιουργικά ένα δεδομένο υλικό, καθώς και η ικανότητα επιλογής και εφαρμογής κατάλληλης μεθόδου.

2. Τα τέσσερα θέματα που δίνονται στους μαθητές διαρθρώνονται ως εξής:

Το πρώτο θέμα αποτελείται από ερωτήματα θεωρίας που αφορούν έννοιες, ορισμούς, λήμματα, προτάσεις, θεωρήματα και πορίσματα. Με το θέμα αυτό ελέγχεται η κατανόηση των βασικών εννοιών, των σπουδαιότερων συμπερασμάτων, καθώς και η σημασία τους στην οργάνωση μιας λογικής δομής.

Το δεύτερο και το τρίτο θέμα αποτελείται το καθένα από μία άσκηση που απαιτεί από το μαθητή ικανότητα συνδυασμού και σύνθεσης εννοιών αποδεικτικών ή υπολογιστικών διαδικασιών. Η κάθε άσκηση μπορεί να αναλύεται σε επιμέρους ερωτήματα.

Το τέταρτο θέμα αποτελείται από μία άσκηση ή ένα πρόβλημα που η λύση του απαιτεί από το μαθητή ικανότητες συνδυασμού και σύνθεσης προηγούμενων γνώσεων, αλλά και την ανάληψη πρωτοβουλιών στη διαδικασία επίλυσής του. Το θέμα αυτό μπορεί να αναλύεται σε επιμέρους ερωτήματα, τα οποία βοηθούν το μαθητή στη λύση.

3. Η βαθμολογία κατανέμεται ανά είκοσι πέντε (25) μονάδες στο καθένα από τα τέσσερα θέματα».

Στα παραπάνω Π.Δ. αναφέρονται επίσης και τα ακόλουθα, τα οποία δεν θα πρέπει να μας διαφεύγουν.

1. «*Τα θέματα των γραπτών προαγωγικών και απολυτηρίων εξετάσεων λαμβάνονται από την ύλη που ορίζεται ως εξεταστέα για κάθε μάθημα κατά το έτος που γίνονται οι εξετάσεις. Οι ερωτήσεις είναι ανάλογες με εκείνες που υπάρχουν στα σχολικά εγχειρίδια και στις οδηγίες του Π.Ι., διατρέχουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερη έκταση της εξεταστέας ύλης, ελέγχουν ευρύ φάσμα διδακτικών στόχων και είναι κλιμακούμενου βαθμού δυσκολίας. Οι μαθητές απαντούν υποχρεωτικά σε όλα τα θέματα*».

2. «*Σε περίπτωση κατά την οποία ένα θέμα αναλύεται σε υποερωτήματα, η βαθμολογία που προβλέπεται για αυτό κατανέμεται ισότιμα στις επιμέρους ερωτήσεις, εκτός αν κατά την ανακοίνωση των θεμάτων καθορίζεται διαφορετικός βαθμός για κάθε μία από αυτές*».

Σχετικά με την εξεταστέα ύλη για τα μαθήματα που εξετάζονται ενδοσχολικά στα παραπάνω Π. Δ. αναφέρονται:

«*Η εξεταστέα ύλη για τα μαθήματα της Α' και Β' τάξης Ενιαίου Λυκείου δεν μπορεί να είναι λιγότερη από το μισό και περισσότερη από τα 2/3 της διδακτέας. Η επιλογή και ο ακριβής προσδιορισμός της για κάθε μάθημα γίνεται με εισήγηση των διδασκόντων και με την έγκριση του Διευθυντή του Λυκείου και γνωστοποιείται στους μαθητές πέντε (5) εργάσιμες ημέρες πριν από τη λήξη των μαθημάτων*» (Π.Δ. 60/2006, άρθρο 16, παράγραφος 2).

«*Ως εξεταστέα ύλη για τα μαθήματα του ΕΠΑ.Λ. ορίζονται τα 2/3 της διδακτέας ύλης με την προϋπόθεση ότι αυτά δεν είναι λιγότερα από το μισό της διδακτέας ύλης. Η επιλογή και ο ακριβής προσδιορισμός της για κάθε μάθημα γίνεται με εισήγηση των διδασκόντων και με την έγκριση του Διευθυντή και γνωστοποιείται στους μαθητές πέντε εργάσιμες ημέρες τουλάχιστον πριν από την έναρξη των εξετάσεων*» (Π.Δ. 50/2008, άρθρο 12, παράγραφος 2).

Πρέπει να σημειωθεί ότι με τον παραπάνω τρόπο καθορίζεται και η εξεταστέα ύλη για τους μαθητές που εξετάζονται σε επίπεδο σχολικής μονάδας στα μαθήματα που ορίζονται ως πανελλαδικά εξεταζόμενα σύμφωνα με την με αριθμό πρωτοκόλλου 47584 / Γ2 / 27-04-2012 εγκύκλιο του Υπουργείου Παιδείας. Για την διατύπωση των θεμάτων των προαγωγικών εξετάσεων ισχύουν το Π.Δ. 68/2014 (ΦΕΚ 110/2014, Α') και οι με αρ. πρ. εγκύκλιοι 190878/Δ2/25-11-2014, 53146/Γ2/07-04-2014 και Φ4/66645/Δ4/29-04-2015 του Υπουργείου Παιδείας.

2. Παρατηρήσεις - υποδείξεις

Για τη σύνταξη ενός διαγωνίσματος πρέπει να λαμβάνουμε υπόψη μας τα εξής:

- Ο καθορισμός της εξεταστέας ύλης και τα θέματά μας να είναι σύμφωνα με την ισχύουσα νομοθεσία.
- Τα θέματά μας να είναι διαβαθμισμένης δυσκολίας. Όσον αφορά στα λύκεια, σύμφωνα με τα αντίστοιχα Π.Δ., το πρώτο θέμα είναι θέμα *θεωρίας* και καλύπτει τα επίπεδα *Γνώσης* και *Κατανόησης* της ταξινομίας στόχων, οι ασκήσεις του δεύτερου και του τρίτου θέματος κινούνται στο επίπεδο της *Εφαρμογής* (η άσκηση του δεύτερου θέματος θα πρέπει να είναι πιο εύκολη από την άσκηση του τρίτου, ώστε να επιτυγχάνεται η διαβάθμιση) και το τέταρτο θέμα καλύπτει τα επίπεδα *Ανάλυσης* και *Σύνθεσης* («μία άσκηση ή ένα πρόβλημα¹ που η λύση του απαιτεί

¹ Η διαφορά ανάμεσα σε μία άσκηση και σε ένα πρόβλημα είναι η εξής: στην μεν άσκηση οι μαθητές γνωρίζουν τον τρόπο λύσης (απλή εφαρμογή ορισμών, τύπων, κανόνων, μεθόδων κλπ. ή έχει λυθεί παρόμοιο θέμα στην τάξη), ενώ στο πρόβλημα οι μαθητές πρέπει να σκεφθούν και να επινοήσουν έναν τρόπο λύσης.

από το μαθητή ικανότητες συνδυασμού και σύνθεσης προηγούμενων γνώσεων, αλλά και την ανάληψη πρωτοβουλιών στη διαδικασία επίλυσής του»).

Ανάλογη διαβάθμιση πρέπει να υπάρχει και στα θέματα των γραπτών εξετάσεων του γυμνασίου. Μπορεί, για παράδειγμα, το ένα από τα τρία θέματα των ασκήσεων ή προβλημάτων να είναι μία απλή άσκηση εφαρμογής που θα απαιτεί γνώσεις από ένα μόνο κεφάλαιο και τα άλλα δύο να είναι σύνθετα και να απαιτούν συνδυασμό γνώσεων από δύο ή περισσότερα κεφάλαια ή η διαβάθμιση μπορεί να γίνει εσωτερικά σε κάθε θέμα, δηλαδή στα ερωτήματα κάθε θέματος.

- Η διατύπωση των θεμάτων να είναι σαφής, ακριβής και χωρίς επιστημονικά λάθη.
- Κάθε θέμα άσκησης ή προβλήματος να είναι ενιαίο, δηλαδή να μην αποτελείται από δύο ή περισσότερες διαφορετικές ασκήσεις ή προβλήματα.
- Τα θέματα να καλύπτουν όσο το δυνατό μεγαλύτερο μέρος της εξεταστέας ύλης, ώστε να ελέγχεται ένα ευρύ φάσμα διδακτικών στόχων.
- Να χρησιμοποιούμε την ορολογία και τα σύμβολα της τελευταίας έκδοσης του αντίστοιχου σχολικού βιβλίου.
- Τα θέματα της θεωρίας να περιέχονται στο αντίστοιχο σχολικό βιβλίο και να μην περιέχουν μικρές ασκήσεις.
- Οι εφαρμογές και τα παραδείγματα του βιβλίου δεν μπορούν να τεθούν ως θέμα, μπορούν όμως να χρησιμοποιούνται ως προτάσεις για τη λύση ασκήσεων ή την απόδειξη άλλων προτάσεων.
- Δεν μπορούμε να βάλουμε θέμα εκτός διδακτέας ύλης, έστω και αν το έχουμε πει στην τάξη. Γι' αυτό θα πρέπει να μελετάμε κάθε χρόνο πολύ καλά τη διδακτέα ύλη και τη διαχείρισή της και να μην επαναπαυόμαστε ότι την γνωρίζουμε από την προηγούμενη σχολική χρονιά, διότι κάτι ίσως να έχει αλλάξει.
- Ο βαθμός δυσκολίας των θεμάτων να είναι ανάλογος των δυνατοτήτων των μαθητών και οι απαντήσεις να μπορούν να δοθούν από τους μαθητές στον χρόνο που τους διατίθεται.
- Τα θέματά μας να είναι ανάλογα με αυτά που διδάξαμε κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς και να μην αιφνιδιάζουμε τους μαθητές μας με καινούργια θέματα.

Επίσης, καλό είναι:

- ✓ να χρησιμοποιούμε τη φρασεολογία του βιβλίου με την οποία είναι εξοικειωμένοι οι μαθητές,
- ✓ να αποφεύγουμε τις μακροσκελείς εκφωνήσεις,
- ✓ να αποφεύγουμε την προστακτική και να χρησιμοποιούμε καλύτερα υποτακτική, π.χ. να γράφουμε: «Να λύσετε την εξίσωση ...» και όχι «Λύστε την εξίσωση ...»,
- ✓ να αποφεύγουμε να βάζουμε ερωτήματα που για να απαντηθούν απαιτούν αριθμητικές τιμές, οι οποίες πρέπει να βρεθούν σε προηγούμενα ερωτήματα,
- ✓ αν δίνουμε και σχήματα σχεδιασμένα με κάποιο λογισμικό, τα σημεία ας μην εμφανίζονται ως μικροί κύκλοι, γιατί έτσι παραποιείται η έννοια του σημείου,
- ✓ να προσέχουμε τη γλώσσα που χρησιμοποιούμε καθώς και την αισθητική παρουσίαση των διαγωνισμάτων που δίνουμε, κυρίως όταν είναι χειρόγραφα.

3. Παραδείγματα

Στη συνέχεια δίνονται δύο παραδείγματα διαγωνισμάτων, ένα για τα γυμνάσια και ένα για τα λύκεια, τα οποία είναι διατυπωμένα σύμφωνα με τα σχετικά Προεδρικά Διατάγματα και τις σχετικές εγκυκλίους του Υπουργείου Παιδείας.

**ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

Α' ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

- α. Πότε μια ισότητα λέγεται ταυτότητα;
- β. Να γράψετε το ανάπτυγμα του γινομένου $(\alpha + \beta)^2$.
- γ. Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$.

ΘΕΜΑ 2^ο

- α. Να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα συνημίτονα δύο παραπληρωματικών γωνιών.
- β. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω με $\sin\omega \neq 0$ ισχύει $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.
- γ. Να γράψετε τη σχέση που συνδέει τις πλευρές ενός τριγώνου με τα ημίτονα των γωνιών του και ονομάζεται νόμος των ημιτόνων.

Β' ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι παραστάσεις: $3x(x - 5)$ και $(2x - 1)^2$.

- α. Να βρείτε το ανάπτυγμα του γινομένου $3x(x - 5)$.
- β. Να βρείτε το ανάπτυγμα του γινομένου $(2x - 1)^2$.
- γ. Να αποδείξετε ότι ισχύει: $5(2x - 1)^2 - 3x(x - 5) = 17x^2 - 5x + 5$.

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η εξίσωση:

$$\frac{x}{3x^2 - 12} - \frac{1}{2x^2 - 6x + 4} = \frac{1}{3(x - 1)}.$$

- α. Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα $3x^2 - 12$ και $2x^2 - 6x + 4$.
- β. Να προσδιορίσετε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζονται όλοι οι όροι της παραπάνω εξίσωσης.
- γ. Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση.

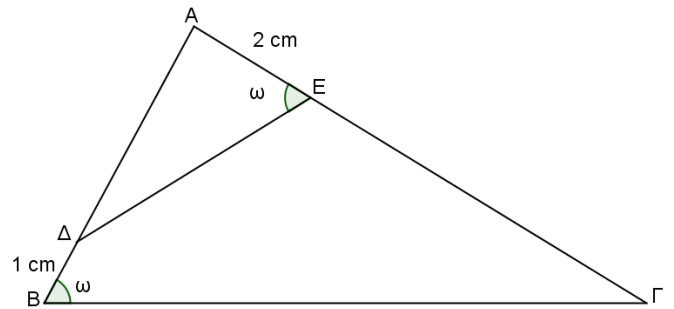
ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό σχήμα είναι $\hat{A\epsilon\Delta} = \hat{A\Gamma\epsilon} = \omega$,
 $B\Delta = 1 \text{ cm}$, $A\epsilon = 2 \text{ cm}$ και τα εμβαδά των τρι-
γώνων $AB\Gamma$ και $A\epsilon\Delta$ συνδέονται με τη σχέ-
ση: $(AB\Gamma) = 9(A\epsilon\Delta)$.

α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\epsilon\Delta$ και
 $AB\Gamma$ είναι όμοια.

β. Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύ-
πτουν από την ομοιότητα των τριγώνων
 $A\epsilon\Delta$ και $AB\Gamma$.

γ. Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων $A\Delta$ και $\epsilon\Gamma$.



**ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ
ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Α΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ**

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τους παρακάτω ισχυρισμούς γράφοντας στην κόλλα σας το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε ισχυρισμό και δίπλα την λέξη **Αληθής**, αν ο ισχυρισμός είναι αληθής ή την λέξη **Ψευδής**, αν ο ισχυρισμός είναι ψευδής.

α. Αν οι πραγματικοί αριθμοί α και β είναι ομόσημοι ή ένας τουλάχιστον από αυτούς είναι ίσος με μηδέν, τότε ισχύει: $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$.

Μονάδες 2

β. Για θετικούς πραγματικούς αριθμούς α, β και θετικό ακέραιο ν ισχύει η ισονομία: $\alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha^\nu < \beta^\nu$.

Μονάδες 2

γ. Αν $\alpha = 0$, τότε η εξίσωση $\alpha x = -\beta$ γίνεται $0x = -\beta$ και είναι αδύνατη.

Μονάδες 2

δ. Αν η διακρίνουσα Δ της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ είναι ίση με μηδέν, τότε η εξίσωση αυτή έχει διπλή ρίζα την $x = -\frac{\beta}{\alpha}$.

Μονάδες 2

ε. Αν $A(\alpha, \beta)$ είναι ένα σημείο του καρτεσιανού επιπέδου, τότε το συμμετρικό του ως προς τον άξονα $x'x$ είναι το σημείο $B(-\alpha, \beta)$.

Μονάδες 2

A2. Να αποδείξετε ότι αν $\alpha, \beta \geq 0$ και ν θετικός ακέραιος, τότε ισχύει η ισότητα:

$$\sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta}$$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι εξισώσεις $x^5 - \lambda x = 0$ και $(32 - 2\lambda)x = \lambda - 14$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου λ ώστε ο αριθμός 2 να επαληθεύει την εξίσωση $x^5 - \lambda x = 0$ (δηλαδή να είναι λύση της).

Μονάδες 8

B2. Για $\lambda = 16$,

α. να λύσετε την εξίσωση $x^5 - \lambda x = 0$,

Μονάδες 9

β. να αποδείξετε ότι η εξίσωση $(32 - 2\lambda)x = \lambda - 14$ είναι αδύνατη.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παραστάσεις $2x^2 - 5x - 7$ και $|2x - 3|$, $x \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $2x^2 - 5x - 7 = (2x - 7)(x + 1)$.

Μονάδες 7

Γ2. Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $2x^2 - 5x - 7$ για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 8

Γ3. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων $2x^2 - 5x - 7 \leq 0$ και $|2x - 3| > 1$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{(12x - 5)(16x^2 - 1)}{x^2 - 4x + \lambda^2}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

και τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω με $A \subseteq B$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού όλο το \mathbb{R} εάν και μόνον εάν $|\lambda| > 2$.

Μονάδες 9

Δ2. Αν $|\lambda| > 2$ και οι πιθανότητες $P(A)$ και $P(B)$ των ενδεχομένων A και B είναι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$, να βρείτε τις πιθανότητες $P(A)$ και $P(B)$.

Μονάδες 9

Δ3. Αν $P(A) = \frac{1}{4}$ και $P(B) = \frac{5}{12}$, να βρείτε την πιθανότητα από τα ενδεχόμενα A και B να πραγματοποιηθεί μόνο το B .

Μονάδες 7