Φ Υ Λ Λ Ο   Ε Ρ Γ Α Σ Ι Α Σ

Τάξη: Β΄ Λυκείου

Ονοματεπώνυμο:………………………………………………………………………

Μάθημα: Μαθηματικά (Άλγεβρα)

Τίτλος ενότητας: Σχήμα Horner

Διδακτικές ώρες: 2

1. **Να βρείτε την τιμή του πολυωνύμου** $P(x)=2x^3-3x^2-4x+21$ **για** $x=6$ **εκτελώντας τις πράξεις με την γνωστή σειρά προτεραιότητας (δυνάμεις - πολλαπλασιασμοί - προσθέσεις, αφαιρέσεις).**

<u>**Λύση**</u>

2. **Στη συνέχεια να βρείτε την τιμή του παραπάνω πολυωνύμου για** $x=6$ **χρησιμοποιώντας την μετασχηματισμένη μορφή του:** $[(2x-3)x-4]x+21$ **και εκτελώντας τις πράξεις με τη σειρά «από μέσα προς τα έξω».**

<u>**Σημείωση**</u>**:** Ο μετασχηματισμός του πολυωνύμου $P(x)$ γίνεται ως εξής:

$$P(x)=2x^3-3x^2-4x+21$$

$$=(2x^2-3x-4)x+21$$

(*βγάζουμε το x κοινό παράγοντα στους τρεις πρώτους όρους του πολυωνύμου*)

$$=[(2x-3)x-4]x+21 \quad (1)$$

(*βγάζουμε το x κοινό παράγοντα στους δύο πρώτους όρους του πολυωνύμου που είναι μέσα στην παρένθεση*)

<u>**Λύση**</u>

3. **Από τους δύο παραπάνω τρόπους υπολογισμού της τιμής** $P(6)$ **σημειώστε αυτόν που θεωρείτε ότι είναι πιο εύκολος.**

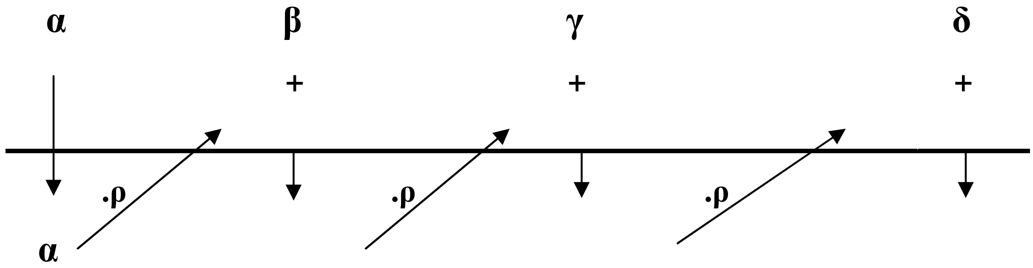
Ο πρώτος (δραστηριότητα (1)) ☐   Ο δεύτερος (δραστηριότητα (2)) ☐

4. Για να γενικεύσουμε τον δεύτερο τρόπο υπολογισμού μιας τιμής $P(\rho)$ **ενός πολυωνύμου** $P(x) = ax^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta \quad (a \neq 0)$ **μετασχηματίζουμε την παράσταση** $P(\rho) = a\rho^3 + \beta\rho^2 + \gamma\rho + \delta$ **σύμφωνα με το παραπάνω παράδειγμα.**
Έχουμε λοιπόν (Να συμπληρώσετε τα κενά)**:**

$$a\rho^3 + \beta\rho^2 + \gamma\rho + \delta = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)\rho + \delta$$

$$= [(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)\rho \; + \; \ldots \;]\rho + \delta$$

5. Προσπαθήστε τώρα να συμπληρώσετε το παρακάτω σχήμα (σχήμα Horner) **γράφοντας τις παραστάσεις που προκύπτουν με τις πράξεις που είναι σημειωμένες και με την σειρά που δείχνουν τα βέλη.**



<u>**Σημείωση:**</u> Αν συμπληρώσατε σωστά το σχήμα θα πρέπει το τελικό αποτέλεσμα να είναι η τελευταία παράσταση του προηγούμενου βήματος.

6. Εφαρμόζοντας την διαδικασία που παρουσιάζεται στο προηγούμενο βήμα να βρείτε την τιμή $P(9)$ **του πολυωνύμου** $P(x) = 3x^3 - 7x^2 - 30x + 17$**.**

<u>**Λύση**</u>

7. Γνωρίζουμε ότι η τιμή $P(9)$, που είναι το τελικό αποτέλεσμα στο σχήμα Horner του προηγούμενου βήματος, είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης:

$$\left(3x^3-7x^2-30x+17\right):\left(x-9\right).$$

Λογικό είναι λοιπόν να αναρωτηθούμε μήπως τα ενδιάμεσα αποτελέσματα που προκύπτουν στο σχήμα Horner σχετίζονται με το πηλίκο της διαίρεσης αυτής. Για να εξετάσουμε αν ισχύει ο προβληματισμός μας, να κάνετε την διαίρεση

$$\left(3x^3-7x^2-30x+17\right):\left(x-9\right)$$

και στη συνέχεια να συγκρίνετε τους συντελεστές των όρων του πηλίκου της διαίρεσης αυτής με τους αριθμούς της τρίτης γραμμής στο σχήμα Horner του βήματος 6.

<u>Λύση</u>

8. Για να δούμε αν ισχύει γενικά η παρατήρηση του προηγούμενου βήματος, να κάνετε την παρακάτω διαίρεση και να συγκρίνετε τους συντελεστές των όρων του πηλίκου με τις παραστάσεις της τρίτης γραμμής στο σχήμα Horner του βήματος 5 και στη συνέχεια να γράψετε το συμπέρασμά σας.

$$\alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta \quad \Big| \quad x - \rho$$

Συμπέρασμα:

9. Το συμπέρασμα του προηγούμενου βήματος αφορά μόνο στην περίπτωση που ο διαιρέτης είναι της μορφής $x-\rho$, δηλαδή ο συντελεστής του x είναι ίσος με 1. Για να ελέγξουμε αν ισχύει και όταν ο συντελεστής του x είναι διάφορος του 1, να κάνετε την διαίρεση $\left(6x^3-7x^2+10x-8\right):\left(2x-1\right)$ και να εφαρμόσετε το σχήμα Horner στο πολυώνυμο $6x^3-7x^2+10x-8$ για $x=\frac{1}{2}$. Στη συνέχεια να συγκρίνετε τους συντελεστές των όρων του πηλίκου της διαίρεσης με τους αριθμούς της τρίτης γραμμής στο σχήμα Horner. Τι παρατηρείτε;

<u>Λύση</u>

10. Το σχήμα Horner που είδαμε παραπάνω για πολυώνυμα τρίτου βαθμού γενικεύεται για πολυώνυμα οποιουδήποτε βαθμού. Πρέπει να σημειωθεί όμως ότι για να εφαρμοστεί το σχήμα Horner σε ένα πολυώνυμο, πρέπει το πολυώνυμο αυτό να είναι διαταγμένο κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x. Αν δεν υπάρχει κάποια ενδιάμεση δύναμη, τότε στην αντίστοιχη θέση στην πρώτη γραμμή του σχήματος πρέπει <u>οπωσδήποτε</u> να θέτουμε το 0.

Με αυτήν την παρατήρηση και με την βοήθεια του σχήματος Horner να βρείτε την τιμή του πολυωνύμου $P(x)=2x^4-5x^2+7x+2$ για $x=3$ και να γράψετε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης:

$$(2x^4-5x^2+7x+2):(x-3)$$

χωρίς να κάνετε την διαίρεση. Στη συνέχεια, αν θέλετε, μπορείτε να επαληθεύσετε την απάντησή σας εκτελώντας την διαίρεση.

<u>Λύση</u>

© **Παναγιώτης Λ. Θεοδωρόπουλος**
Σχολικός Σύμβουλος ΠΕ03
e-mail@p-theodoropoulos.gr