

Η διατύπωση και η απόδειξη ενός θεωρήματος

Δρ. Παναγιώτης Λ. Θεοδωρόπουλος
Σχολικός Σύμβουλος κλάδου ΠΕ03
www.p-theodoropoulos.gr

Πρόκειται για το θεώρημα II της παραγράφου 2.18 του βιβλίου της Γεωμετρίας της Α΄ και Β΄ Λυκείου.

A. Διατύπωση

Το θεώρημα αυτό στο σχολικό βιβλίο διατυπώνεται ως εξής:

«Το μέσο ενός τόξου είναι μοναδικό».

Νομίζω ότι η παραπάνω διατύπωση δεν είναι η ενδεδειγμένη, διότι το οριστικό άρθρο “Το” δηλώνει ύπαρξη μέσου, ενώ στο σημείο αυτό της Γεωμετρίας δεν γνωρίζουμε αν ένα τόξο έχει μέσο. Ο ορισμός του μέσου ενός τόξου που προηγείται του θεωρήματος αυτού δεν εξασφαλίζει την ύπαρξη μέσου.

Μια σωστή διατύπωση του παραπάνω θεωρήματος νομίζω είναι η εξής:

«Κάθε τόξο έχει μοναδικό μέσο».

Σύμφωνα με αυτή τη διατύπωση πρέπει να αποδείξουμε πρώτα την ύπαρξη μέσου και μετά τη μοναδικότητα.

B. Απόδειξη

Η απόδειξη του παραπάνω θεωρήματος στο σχολικό βιβλίο ξεκινάει ως εξής:

«Έστω AB τόξο κύκλου, κέντρου O , και M το μέσο του».

Αν δεχθούμε ότι “ M είναι το μέσο του τόξου AB ” όπως αναφέρεται στη φράση αυτή, τότε δε χρειάζεται να αποδείξουμε τίποτα, διότι το οριστικό άρθρο “το” δηλώνει και ύπαρξη και μοναδικότητα!

Γ. Πρόταση

Επειδή αυτό το κεφάλαιο της Γεωμετρίας είναι πολύ σημαντικό, διότι εισάγει τους μαθητές στην αξιωματική θεμελίωση της Γεωμετρίας (4^ο επίπεδο ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης κατά van Hiele) αλλά και στην αποδεικτική διαδικασία, προτείνω να μην παραλειφθεί η απόδειξη του θεωρήματος αυτού αλλά, αφού διατυπωθεί σωστά το θεώρημα, να αποδειχθεί ως εξής:

- 1) Πρώτα πρέπει να αποδειχθεί ότι κάθε τόξο έχει μέσο (τουλάχιστον ένα) χρησιμοποιώντας τη διχοτόμο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας και το θεώρημα I της ίδιας παραγράφου.
- 2) Στη συνέχεια να αποδειχθεί η μοναδικότητα με «απαγωγή σε άτοπο», όπως στο σχολικό βιβλίο.

Να σημειωθεί, ότι σύμφωνα με τη θεμελίωση του σχολικού βιβλίου δεχόμαστε αξιωματικά ότι κάθε γωνία έχει μοναδική διχοτόμο.