

# Η έννοια της πιθανότητας: Γιατί ο αξιωματικός ορισμός

**Δρ. Παναγιώτης Α. Θεοδωρόπουλος**

Σχολικός Σύμβουλος κλάδου ΠΕ03

[www.p-theodoropoulos.gr](http://www.p-theodoropoulos.gr)

Για πολλούς αιώνες οι μαθηματικοί προσπαθούσαν να ορίσουν την έννοια της πιθανότητας. Στο διάστημα αυτό προτάθηκαν διάφοροι ορισμοί, οι οποίοι όμως είχαν ορισμένα αδύνατα σημεία. Οι ορισμοί αυτοί είναι: Ο κλασικός ορισμός της πιθανότητας, ο στατιστικός ορισμός της πιθανότητας, ο ορισμός της υποκειμενικής πιθανότητας και ο ορισμός της γεωμετρικής πιθανότητας. Θα αναφερθούμε στα αδύνατα σημεία μόνο των δύο πρώτων ορισμών, επειδή οι ορισμοί αυτοί αναφέρονται και σε σχολικά βιβλία.

## Α΄ Κλασικός Ορισμός της Πιθανότητας

Το βασικό πρόβλημα του κλασικού ορισμού της πιθανότητας που διατυπώθηκε από τον Laplace το 1812 είναι η περιορισμένη εφαρμογή του, αφού απαιτείται να είναι ισοπίθانا τα απλά ενδεχόμενα. Όμως, νομίζω ότι σημαντικό είναι και το πρόβλημα της κυκλικότητας που δημιουργείται σ' αυτόν τον ορισμό, δηλαδή στη διατύπωση του ορισμού χρησιμοποιείται η έννοια της πιθανότητας! Συγκεκριμένα αναφέρεται ότι τα απλά ενδεχόμενα πρέπει να είναι ισοπίθانا. Τι σημαίνει ισοπίθانا; Με ποιον ορισμό θα κριθεί ότι είναι ισοπίθانا ;

## Β΄ Στατιστικός Ορισμός της Πιθανότητας

Ο στατιστικός ορισμός της πιθανότητας που δόθηκε από τον Von Mises στη δεκαετία του 1920 στηρίζεται στη σχετική συχνότητα και εισάγει με πολύ ωραίο τρόπο την έννοια της πιθανότητας. Το αδύνατο σημείο του ορισμού αυτού είναι ότι η σχετική συχνότητα δε δίνεται με κάποιο τύπο ακολουθίας αλλά προκύπτει εμπειρικά με επανάληψη του πειράματος τύχης κάτω από τις ίδιες συνθήκες και η σύγκλιση αποδεικνύεται με το Νόμο των Μεγάλων Αριθμών, ο οποίος έχει πιθανοθεωρητική βάση.

## Γ΄ Αξιωματικός Ορισμός της Πιθανότητας

Τελικά, φαίνεται πως η έννοια της πιθανότητας είναι πρωταρχική, όπως και η έννοια του σημείου, της ευθείας, του συνόλου<sup>1</sup> και άλλες. Επομένως μπορεί να θεμελιωθεί μόνο με αξιωματικό τρόπο. Στο πνεύμα αυτό κινήθηκε ο Kolmogorov και διατύπωσε το 1933 τον αξιωματικό ορισμό της έννοιας της πιθανότητας με πρότυπο τη Θεωρία Μέτρου. Ο αξιωματικός ορισμός της πιθανότητας του σχολικού βιβλίου της Γ΄ Λυκείου αποτελεί προσαρμογή του γενικού αξιωματικού ορισμού στην περίπτωση που ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης είναι πεπερασμένος. Όμως, σε ένα αξιωματικό σύστημα τα αξιώματα πρέπει να είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, δηλαδή ένα αξίωμα να μην παράγεται από τα υπόλοιπα. Αυτό δεν ισχύει στα "αξιώματα" του ορισμού του παραπάνω σχολικού βιβλίου. Συγκεκριμένα, οι προτάσεις:

$$P(\omega_i) \leq 1, i = 1, \dots, n \text{ και } P(\Phi) = 0$$

προκύπτουν από τις υπόλοιπες.

<sup>1</sup> Στην περιγραφή της έννοιας του συνόλου από τον Cantor (δείτε Άλγεβρα Α΄ Λυκείου, σελ. 56) χρησιμοποιείται η λέξη "συλλογή" που είναι συνώνυμη του όρου "σύνολο". Γι' αυτό και δεν αποτελεί μαθηματικό ορισμό της έννοιας του συνόλου, η οποία όπως αναφέρθηκε είναι πρωταρχική.